Exercice : 1

Soit $z = 2 + 3i$; $z' = i - 5$.
Calculer et écrire sous la forme algébrique $z + z'$; $z - z'$; $2z - 3z'$; zz' ; z^2

Exercice : 2

Calculer $(3 + 2i)(3 - 2i)$. En déduire la forme algébrique de $\frac{1}{3 + 2i}$.

II. REPRESENTATION GRAPHIQUE

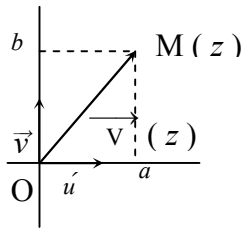
Un nombre complexe est formé de deux nombres réels. Or deux nombres réels forment un couple de coordonnées. Ainsi, si le plan est muni d'un repère orthonormé on peut repérer tout point par un nombre complexe.

a) Affixe

Définition :

On se place dans le plan rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

- Au point M de coordonnées (a ; b), on peut associer le nombre complexe $z = a + ib$.
  On dit que $z = a + ib$ est l'affixe de M
- Au vecteur $\overrightarrow{V}$ de coordonnées (a ; b), on peut associer le nombre complexe $z = a + ib$.
  On dit que $z = a + ib$ est l'affixe de $\overrightarrow{V}$
- Lorsqu'on repère un point ou un vecteur par son affixe dans un repère orthonormé direct, on dit qu'on se place dans le plan complexe.



Exercice : 3

Placer dans le plan complexe, les points d'affixes :
$z_1 = 2 + 3i$; $z_2 = 3 + i$; $z_3 = -1 + 2i$; $z_4 = 2 - i$; $z_5 = i$
$z_6 = -i$; $z_7 = 1$; $z_8 = -i - 3$; $z_9 = 2z_1 - 3z_2$; $z_{10} = z_3(z_4 - z_2)$

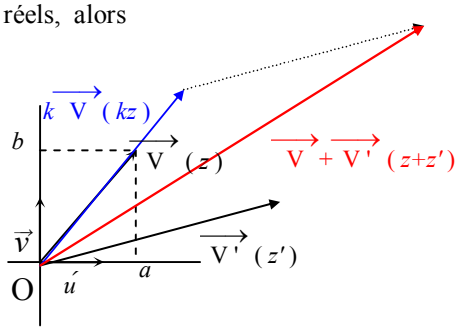
Propriétés

Si M a pour affixe $z = a + ib$ et si M' a pour affixe $z' = a' + ib'$, avec a, b, a', b' réels, alors

- le vecteur $\overrightarrow{MM'}$ a pour affixe $z' - z = (a' - a) + (b' - b)i$
- $OM = \left\|\overrightarrow{OM}\right\| = \sqrt{a^2 + b^2}$
- $MM' = \left\|\overrightarrow{MM'}\right\| = \sqrt{(a' - a)^2 + (b' - b)^2}$
- le milieu I de [MM'] a pour affixe $z_I = \frac{z + z'}{2}$

Si $\overrightarrow{V}$ a pour affixe z et $\overrightarrow{V'}$ pour affixe z', alors $\overrightarrow{V} + \overrightarrow{V'}$ a pour affixe $z + z'$.

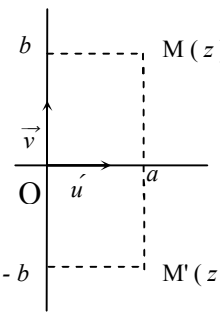
Si k est un réel, alors $k\overrightarrow{V}$ a pour affixe kz.



b) Conjugué

Définition

Soit z un nombre complexe de forme algébrique $a + ib$.
On appelle conjugué de z le nombre complexe noté $\overline{z}$ tel que $\overline{z} = a - ib$.



Si M est le point d'affixe z, le point M' d'affixe $\overline{z}$ est symétrique de M par rapport à l'axe des abscisses.

Exercice : 4

Étant donné un point M d'affixe $z = a + ib$, avec a et b réels.
Placer le point M' d'affixe $z' = a - ib$, M'' d'affixe $z'' = -a + ib$ et le point M''' d'affixe $z''' = -a - ib = -z$.